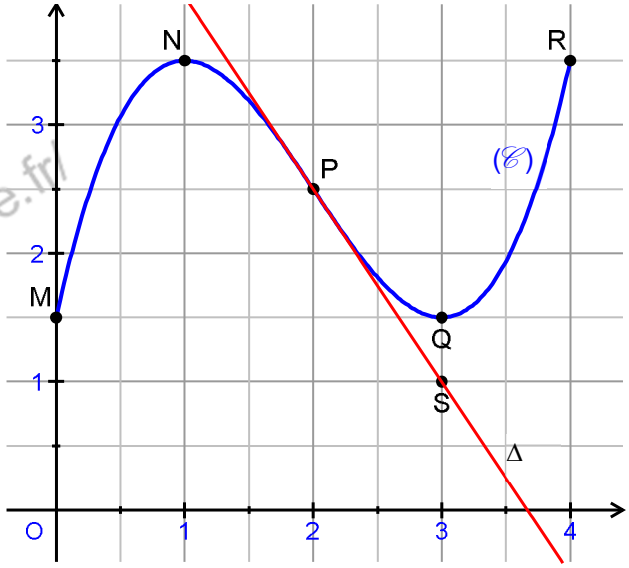
Exercice B2

Soit f la fonction définie et dérivable sur l'intervalle $[0\ ;\ 4]$ dont la représentation graphique, dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$, est la courbe $(\mathscr{C})$ ci-contre.
Les points M, N, P, Q et R appartiennent à $(\mathscr{C})$.
Les coordonnées de M sont $\left(0\ ;\frac{3}{2}\right)$, celles de N sont $\left(1\ ;\frac{7}{2}\right)$, celles de P sont $\left(2\ ;\frac{5}{2}\right)$, celles de Q sont $\left(3\ ;\frac{3}{2}\right)$ et celles de R sont $\left(4\ ;\frac{7}{2}\right)$.
La courbe $(\mathscr{C})$ admet en chacun des points N et Q une tangente parallèle à l'axe des abscisses.
La droite Δ est la tangente à la courbe $(\mathscr{C})$ au point P; elle passe par le point S de coordonnées (3 ; 1).



1°) a) Donner $f'(1)$, $f'(2)$ et $f'(3)$.

b) Déterminer une équation de la droite Δ.

2°) a) Déterminer à l'aide du graphique le nombre de solutions de l'équation $f(x)=3$ sur l'intervalle $[0\ ;\ 4]$.

b) Tracer la droite d'équation $y=\frac{x}{2}+\frac{3}{2}$ dans le repère précédent puis, à l'aide du graphique, résoudre l'inéquation $f(x)<\frac{x}{2}+\frac{3}{2}$.

3°) Étudier la convexité de f.

4°) La fonction f est la dérivée d'une fonction F définie sur l'intervalle $[0\ ;\ 4]$.
En justifiant la réponse, donner le sens de variation de F.

5°) Soit g la fonction définie sur l'intervalle $[0\ ;\ 4]$ par $g(x)=\frac{1}{f(x)}$.

a) Donner le tableau de variation de f.

b) En déduire le tableau de variation de g.

Xmaths http://xmaths.free.fr/