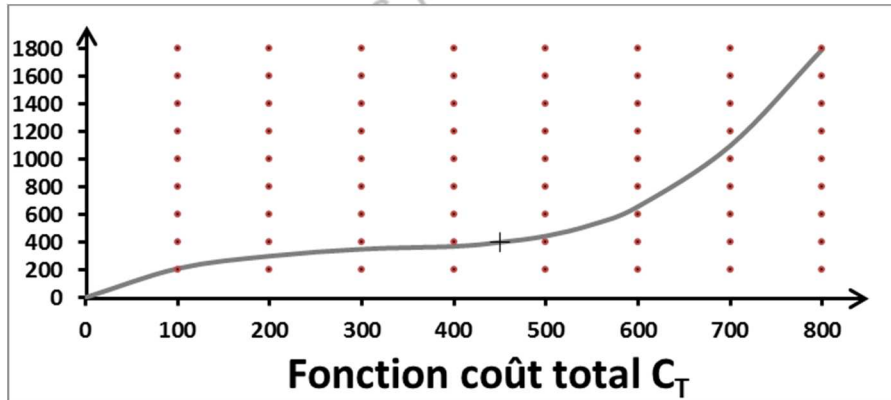


Exercice C5

Une entreprise spécialisée produit deux types de produits chimiques sous forme liquide que l'on nommera A et B pour simplifier.
Les deux parties sont indépendantes.

Partie A

La courbe donnée ci-dessous représente le coût total de production du produit A en fonction de la quantité produite. On note x la quantité produite exprimée en litres et $C_T(x)$ le coût total exprimé en euros, x variant de 0 à 800.



1°) Donner les valeurs de $C_T(0)$ et $C_T(800)$.

2°) On admet que $C_T(450) = 400$ et que la droite D, tangente à la courbe représentative de C_T au point d'abscisse $x_0 = 450$, passe par l'origine du repère.

a) Donner une équation de la droite D.

b) En déduire la valeur de $C'_T(450)$, C'_T représentant la fonction dérivée de C_T .

Partie B

Pour le produit B, l'entreprise est en situation de monopole. Une étude a permis de modéliser le coût moyen de production par $f(x) = 0,5x + \frac{8}{x}$ où $x > 0$.

La quantité produite x est exprimée en hectolitres et le coût moyen $f(x)$ est exprimé en milliers d'euros par hectolitre.

1°) Étude de la fonction coût moyen

a) On note f' la fonction dérivée de f . Calculer $f'(x)$. Étudier le signe de $f'(x)$.

b) En déduire le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $]0; +\infty[$.

c) Déterminer le coût moyen minimum pour le produit B.

2°) Seuils de rentabilité pour l'entreprise.

Le prix de vente de l'hectolitre $p(x)$ est fonction de la quantité x vendue : $p(x) = 5 + \frac{5}{x}$

où $p(x)$ est exprimé en milliers d'euros et x en hectolitres.

a) On suppose dans cette question que l'entreprise produit 4 hectolitres.

Justifier qu'elle réalise alors un bénéfice et déterminer ce bénéfice.

b) Déterminer l'intervalle dans lequel doit se situer la production x pour que l'entreprise soit bénéficiaire et déterminer le bénéfice maximum que peut faire l'entreprise.