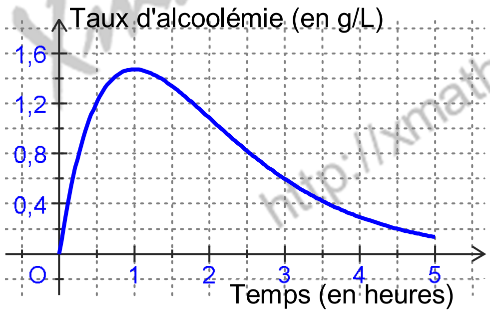
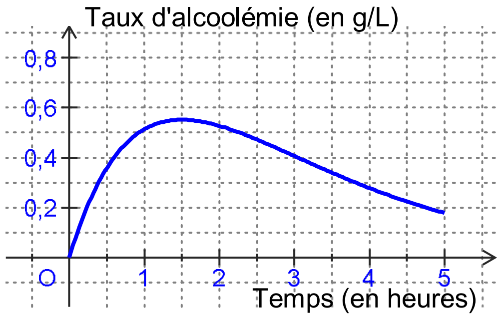
Exercice D9

On a étudié l'évolution du taux d'alcoolémie dans le sang d'une certaine personne (exprimé en grammes d'alcool par litre de sang) pendant les cinq heures suivant l'absorption d'une certaine quantité d'alcool.
On donne ci-dessous, la courbe $\mathscr{C}_1$ représentant le taux d'alcoolémie lorsque l'alcool est absorbé à jeun (graphique n°1) et la courbe $\mathscr{C}_2$ représentant le taux d'alcoolémie lorsque l'alcool est absorbé après ingestion d'aliments (graphique n°2).

graphique n°1



graphique n°2



Partie A : Observation graphique

À l'aide des deux graphiques précédents, répondre aux questions suivantes.
On expliquera comment les réponses données sont obtenues à partir des graphiques.

1°) Dans chacun des deux cas, donner une approximation du taux d'alcoolémie maximal et du temps au bout duquel il est atteint.

2°) Depuis le 15 septembre 1995, le taux maximum d'alcoolémie autorisé au volant est 0,5 g/L.
Dans chacun des deux cas, indiquer si la personne aura respecté la législation en prenant le volant au bout de trois heures.

Partie B : Modélisation

On suppose que le taux d'alcoolémie (exprimé en g/L) pendant les cinq heures suivant l'absorption est modélisé en fonction du temps (exprimé en heures) :

- par une fonction f_1 lorsque l'alcool est absorbé à jeun,
- par une fonction f_2 lorsque l'alcool est absorbé après ingestion d'aliments.

On admet que :

- les courbes $\mathscr{C}_1$ et $\mathscr{C}_2$ de la partie A sont les représentations graphiques respectives des fonctions f_1 et f_2
- la fonction f_1 est définie sur l'intervalle $[0 ; 5]$ par : $f_1(t) = 4te^{-t}$;
- la fonction f_2 est définie sur l'intervalle $[0 ; 5]$ par : $f_2(t) = at\,e^{bt}$ où a et b désignent des nombres réels non nuls.

1°) On désigne par f'_2 la fonction dérivée de f_2 sur l'intervalle $[0 ; 5]$.
Déterminer $f'_2(t)$.
On admet que $f'_2\left(\dfrac{3}{2}\right) = 0$. En déduire le réel b.

2°) En utilisant le taux d'alcoolémie au bout de trois heures, déterminer une valeur approchée de a et en donner la valeur décimale arrondie à 0,1.

3°) Résoudre l'équation $f_1(t) = t\,e^{-\frac{2}{3}t}$. Interpréter le résultat.