Démonstration 08

On sait que pour tous réels a et b : $\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$
En appliquant cette formule avec $b = a$, on obtient :
$\cos(a + a) = \cos a \cos a - \sin a \sin a = \cos^2 a - \sin^2 a$ donc $\cos(2a) = \cos^2 a - \sin^2 a$

On sait de plus que $\cos^2 a + \sin^2 a = 1$
On peut donc écrire : $\cos(2a) = \cos^2 a - \sin^2 a = (1 - \sin^2 a) - \sin^2 a = 1 - 2\sin^2 a$
et aussi $\cos(2a) = \cos^2 a - \sin^2 a = \cos^2 a - (1 - \cos^2 a) = 2\cos^2 a - 1$

On a donc finalement $\cos(2a) = \cos^2 a - \sin^2 a = 2\cos^2 a - 1 = 1 - 2\sin^2 a$

On sait que pour tous réels a et b : $\sin(a + b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$
En appliquant cette formule avec $b = a$, on obtient :
$\sin(a + a) = \sin a \cos a + \cos a \sin a = 2\sin a \cos a$
Donc $\sin(2a) = 2\sin a \cos a$