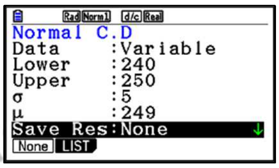
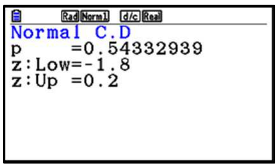
Exercice 18

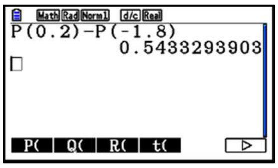
M suit la loi normale de moyenne $\mu = 249$ et d'écart-type $\sigma = 5$, c'est-à-dire $\mathcal{N}(249\ ;\ 25)$.

1°) La probabilité qu'une boîte de conserve ait une masse comprise entre 240 et 250 grammes est :
$p(240 < M < 250)$
La calculatrice donne :
$p(240 < M < 250) \approx 0{,}543$.

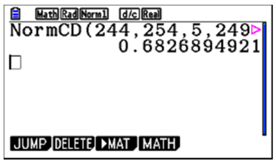




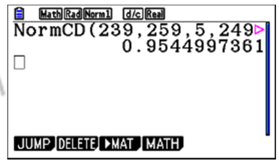
On pourrait aussi utiliser la loi normale centrée réduite :
$240 < M < 250 \iff -9 < M - 249 < 1$
$\iff \dfrac{-9}{5} < \dfrac{M - 249}{5} < \dfrac{1}{5} \iff -1{,}8 < \dfrac{M - 249}{5} < 0{,}2$



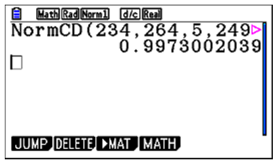
2°) $p(\mu - \sigma < M < \mu + \sigma) = p(249 - 5 < M < 249 + 5)$
donc $p(\mu - \sigma < M < \mu + \sigma) = p(244 < M < 254)$
En utilisant la calculatrice, on obtient :
$p(\mu - \sigma < M < \mu + \sigma) \approx 0{,}683$.



$p(\mu - 2\sigma < M < \mu + 2\sigma) = p(249 - 10 < M < 249 + 10)$
donc $p(\mu - 2\sigma < M < \mu + 2\sigma) = p(239 < M < 259)$
En utilisant la calculatrice, on obtient :
$p(\mu - 2\sigma < M < \mu + 2\sigma) \approx 0{,}954$.



$p(\mu - 3\sigma < M < \mu + 3\sigma) = p(249 - 15 < M < 249 + 15)$
donc $p(\mu - 3\sigma < M < \mu + 3\sigma) = p(234 < M < 264)$
En utilisant la calculatrice, on obtient :
$p(\mu - 3\sigma < M < \mu + 3\sigma) \approx 0{,}997$.



Les résultats précédents peuvent s'interpréter de la façon suivante :
Lorsqu'on considère un nombre important de conserves fabriquées par cette entreprise,
68% environ des conserves ont une masse dans l'intervalle $[\mu - \sigma\ ;\ \mu + \sigma] = [244\ ;\ 254]$.
95% environ des conserves ont une masse dans l'intervalle $[\mu - 2\sigma\ ;\ \mu + 2\sigma] = [239\ ;\ 259]$.
99% environ des conserves ont une masse dans l'intervalle $[\mu - 3\sigma\ ;\ \mu + 3\sigma] = [234\ ;\ 264]$.