# Probabilités conditionnelles

A et B étant deux événements, on note $p_B(A)$, la probabilité de l'événement A sachant que l'événement B est réalisé.

On a : $p(A \cap B) = p_B(A) \times p(B)$

et si B est de probabilité non nulle $p_B(A) = \dfrac{p(A \cap B)}{p(B)}$

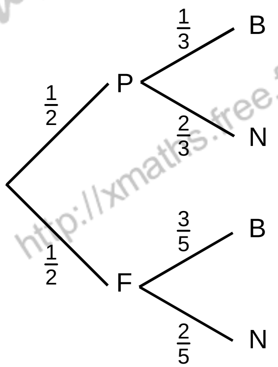
Deux événements A et B sont indépendants lorsque $p(A \cap B) = p(A) \times p(B)$
(c'est-à-dire lorsque $p_B(A) = p(A)$ ou $p_A(B) = p(B)$ )

Si $E_1$ , $E_2$, ... , $E_n$ est une partition de $\Omega$
(c'est-à-dire un ensemble d'événements deux à deux disjoints dont la réunion est $\Omega$)
Pour tout événement A, on a $p(A) = p(A \cap E_1) + p(A \cap E_2) + ... + p(A \cap E_n)$
ce qui s'écrit aussi $p(A) = p_{E_1}(A) \times p(E_1) + p_{E_2}(A) \times p(E_2) + ... + p_{E_n}(A) \times p(E_n)$
(lorsque les événements $E_1$ , $E_2$ , ... , $E_n$ sont de probabilité non nulle)

# Arbres pondérés

Règles de construction
La somme des probabilités des branches issues d'un même nœud est 1.
La probabilité de l'événement correspondant à un trajet est le produit des probabilités indiquées sur les différentes branches composant ce trajet.
En dehors des branches du premier niveau, les probabilités indiquées sont des probabilités conditionnelles.

Exemple
On jette une pièce.
Si on obtient pile (P), on tire une boule dans une urne contenant 3 boules dont 1 blanche (B) et 2 noires (N).
Si on obtient face (F), on tire une boule dans une urne contenant 5 boules dont 3 blanches (B) et 2 noires (N).
On peut représenter cette expérience par l'arbre pondéré ci-contre :




$p(P,B) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3}$

$p(P,N) = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3}$

$p(F,B) = \frac{1}{2} \times \frac{3}{5}$

$p(F,N) = \frac{1}{2} \times \frac{2}{5}$