Module et conjugué d'un nombre complexe

On appelle module du nombre complexe $z = a + bi$, $a \in \mathbb{R}$, $b \in \mathbb{R}$,
le réel positif $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$.

$|z| = 0 \Leftrightarrow z = 0$; $|-z| = |z|$; $|z + z'| \leqslant |z| + |z'|$

$|zz'| = |z|.|z'|$; $\left|\dfrac{1}{z}\right| = \dfrac{1}{|z|}$; $\left|\dfrac{z}{z'}\right| = \dfrac{|z|}{|z'|}$

On appelle conjugué du nombre complexe $z = a + bi$, $a \in \mathbb{R}$, $b \in \mathbb{R}$,
le nombre complexe $\overline{z} = a - bi$.

- $\overline{\overline{z}} = z$; $|\overline{z}| = |z|$; Si $z \neq 0$ $\dfrac{1}{z} = \dfrac{\overline{z}}{|z|^2}$
- $z.\overline{z} = |z|^2$ (donc $z.\overline{z}$ est un réel positif)
- $\overline{z + z'} = \overline{z} + \overline{z'}$; $\overline{z - z'} = \overline{z} - \overline{z'}$; $\overline{zz'} = \overline{z}.\overline{z'}$
- Si $z' \neq 0$ $\overline{\left(\dfrac{1}{z'}\right)} = \dfrac{1}{\overline{z'}}$; $\overline{\left(\dfrac{z}{z'}\right)} = \dfrac{\overline{z}}{\overline{z'}}$
- $\text{Re}(z) = \dfrac{z + \overline{z}}{2}$; $\text{Im}(z) = \dfrac{z - \overline{z}}{2i}$
- z est réel $\Leftrightarrow z = \overline{z}$; z est imaginaire pur $\Leftrightarrow z = -\overline{z}$

Si M a pour affixe z et si M' a pour affixe z' alors OM = $|z|$ et MM' = $|z' - z|$

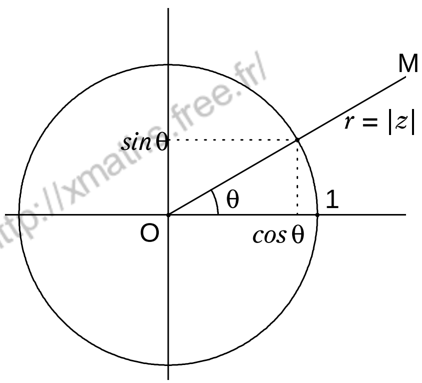
Si $\overrightarrow{V}$ a pour affixe z , alors $\|\overrightarrow{V}\| = |z|$.

Forme trigonométrique d'un nombre complexe non nul

Tout nombre complexe non nul z peut être écrit sous la forme :

$z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$, avec $\theta \in \mathbb{R}$ et $r \in \mathbb{R}_+^*$

C'est la forme trigonométrique de z.
r est le module de z, $r = |z|$
θ est un argument de z.



Si $z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$ alors

- $\overline{z} = r\big(\cos(-\theta) + i\sin(-\theta)\big)$

et • $-z = r\big(\cos(\theta + \pi) + i\sin(\theta + \pi)\big)$